

3. L'espai \mathbb{R}^n

1. -

2. A és tancat, no obert; B no és obert ni tancat; C no és obert ni tancat; D és tancat, no obert.

3. a) $A - C$ no és tancat,

$$\text{Fr}(A - C) = \{(x, y) : x^2 + y^2 = 1\} \cup \{(x, y) : x^2 + y^2 = 2, x \leq 1\} \cup \{(1, y) : -1 \leq y \leq 1\}.$$

b) $A - B$ és obert.

c) A no és compacte perquè és acotat però no és tancat; $\overline{C} = C \cup \text{Fr } C = \{(x, y) : 1 \leq x \leq \sqrt{2}\}$ no és compacte perquè no és acotat. Conté totes les rectes verticals $x = c$ amb $1 \leq c \leq \sqrt{2}$.

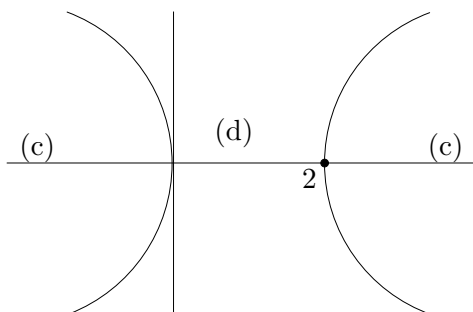
d) $C - A$ no és tancat, $\text{Fr}(C - A) = \{(1, y) : y \geq 1\} \cup \{(1, y) : y \leq -1\} \cup \{(\sqrt{2}, y)\} \cup \{(x, y) : x^2 + y^2 = 2, 1 \leq x \leq \sqrt{2}\}$.

4. a) $(x - 1)^2 + y^2 \geq 1$ és l'exterior de la circumferència. No és acotat.

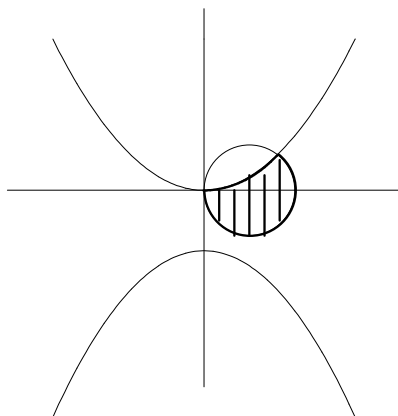
b) $(x - 1)^2 + y^2 \leq 1$ és l'interior de la circumferència. És acotat.

c) $(x - 1)^2 - y^2 \geq 1$. No és acotat.

d) $(x - 1)^2 - y^2 \leq 1$. No és acotat.



5. $\{(x, y) : x^2 + y^2 \leq x, x^2 - y^2 \geq y\}$ és tancat i és acotat perquè està contingut en $\{(x, y) : x^2 + y^2 \leq x\}$, que és una circumferència centrada a $(1/2, 0)$ i de radi $1/2$.



6. $\{(x, y), x^3 + x^2y^2 = z^2, 0 \leq y \leq 4, x \leq 2\}$; com $x^2(x + y^2) = z^2$, tenim $x + y^2 \geq 0 \Rightarrow x \geq -y^2 \geq -4^2$, per tant, $-16 \leq x \leq 2$, $0 \leq y \leq 4$; aleshores $z^2 = x^3 + x^2y^2 \leq 2^3 + 2^2 \cdot 4^2 = 72$ i per tant, $-\sqrt{72} \leq z \leq \sqrt{72}$ és un conjunt acotat.