Càlcul Infinitesimal I (E. I.) / Càlcul I (E. Q.) **Codi: 21762 / 21762** **A**

Temps: 1 hora 30 minuts 14 d'abril de 2005

---

1. Donada $g(x) = 1 + e^{-x}(2-x)$, considereu $f(x) = \begin{cases} g(x) & \text{si} \quad x \geq 0 \\ -g(-x) & \text{si} \quad x < 0 \end{cases}$. Aleshores, f té (a $\mathbb{R}$):

(a) 2 màxims relatius i 1 mínim relatiu. ■ (b) 2 màxims relatius i 2 mínims relatius.
(c) 1 màxim relatiu i 2 mínims relatius. (d) 3 màxims relatius i 2 mínims relatius.
(e) f és creixent a tot $\mathbb{R}$.

2. El límit de la successió $a_p = \sqrt[3]{p^3 + p^2} + \sqrt[3]{-p^3 + 2p^2}$ és:

(a) 1. ■ (b) $-1/3$. (c) 0. (d) $1/3$. (e) Cap de les anteriors.

3. Donada la funció $f(x) = \begin{cases} |x|^x & \text{si} \quad x \neq 0 \\ 1 & \text{si} \quad x = 0 \end{cases}$. Podem afirmar que:

(a) f és contínua en $x = 0$. ■
(b) f és discontínua en $x = 0$ amb discontinuïtat de salt.
(c) $\lim_{x \to 0^+} f(x)$ no existeix però $\lim_{x \to 0^-} f(x)$ si que existeix.
(d) $\lim_{x \to 0^-} f(x)$ no existeix però $\lim_{x \to 0^+} f(x)$ si que existeix.
(e) $\lim_{x \to 0^+} f(x)$ no existeix i $\lim_{x \to 0^-} f(x)$ tampoc.

4. Sigui (a_p) una successió de nombres reals tals que $\lim(a_p^2 - a_p) = 0$. Si (a_p) és creixent podem deduir

(a) (a_p) és convergent i $\lim a_p = 0$.
(b) (a_p) és convergent i $\lim a_p = 1$.
(c) No podem assegurar si (a_p) és convergent o no.
(d) (a_p) és convergent, però no podem assegurar si $\lim a_p = 0$ o $\lim a_p = 1$. ■
(e) Cap de les anteriors.

5. Donada la funció $f(x,y) = x^2 + \ln(y^2)$, les seves corbes de nivell $f(x,y) = \lambda$, com a subconjunts de $\mathbb{R}^2$, són:

(a) Totes són fitades.
(b) Totes són no fitades. ■
(c) És fitada la corba amb $\lambda = 0$ i no ho són les altres (si $\lambda \neq 0$).
(d) No són fitades les corbes amb $\lambda \leq 0$ i sí que ho són les corbes amb $\lambda > 0$.
(e) Cap de les anteriors.

6. Donada la funció $f_\alpha(x) = \dfrac{1 + \alpha x}{1 + x}$, on $\alpha \neq 0$ és un paràmetre, la seva funció inversa f_α^{-1} vé donada per:

(a) $f_\alpha^{-1}(x) = f_{-\alpha}(x)$. (b) $f_\alpha^{-1}(x) = f_{1/\alpha}(x)$. (c) $f_\alpha^{-1}(x) = -\dfrac{1}{\alpha} \dfrac{1}{f_{1/\alpha}(-x)}$. ■
(d) $f_\alpha^{-1}(x) = -\alpha f_{-\alpha}(x)$. (e) Cap de les anteriors.

7. El conjunt $\{x \in \mathbb{R}, \ |x^2 - 1| < 1/2\}$, és:

(a) $(-\sqrt{3/2}, -\sqrt{1/2}) \cup (\sqrt{1/2}, \sqrt{3/2})$. ■ (b) $(-\sqrt{1/2}, \sqrt{1/2})$. (c) $(-\infty, -\sqrt{3/2}) \cup (\sqrt{3/2}, \infty)$.
(d) $(-1/2, 1/2)$. (e) Cap de les anteriors.

8. Sigui $A = \left\{ \dfrac{1}{n} + (-1)^n , \ n \in \mathbb{N}, \ n \geq 1 \right\}$. Quina de les següents afirmacions és falsa?

(a) $3/2$ és el màxim de A. (b) A està acotat superiorment. (c) -1 és el mínim de A. ■
(d) A està acotat inferiorment. (e) 0 és un element de A.

9. Sigui $A = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3, \ x^2 + y^2 - z \neq 0\}$. Sigui $f : A \subset \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}$ definida per $f(x,y,z) = \dfrac{\ln(z^2+1)}{x^2 + y^2 - z}$ i sigui $g : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}^3$ definida per $g(x,y) = (x, x-1, 4)$. Aleshores, el domini de $f \circ g$ és:

(a) $\mathbb{R}^2$. (b) $\{(x,y) \in \mathbb{R}^2, \ x^2 + y^2 - 2y - 3 \neq 0\}$.
(c) $\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3, \ x + y^2 - z \neq 0\}$. (d) $\{(x,y) \in \mathbb{R}^2, \ 2x^2 - 2x - 3 \neq 0\}$. ■
(e) Cap de les anteriors.

10. Les asímptotes de la funció $f(x) = 2x + \sqrt{4x^2 - x}$ a $+\infty$ i $-\infty$, respectivament, són:

(a) $y = 4x - 1/4$ a $+\infty$ i $y = -4x + 1/4$ a $-\infty$. (b) $y = -4x + 1/4$ a $+\infty$ i $y = 4x - 1/4$ a $-\infty$.
(c) $y = 4x - 1/4$ a $+\infty$ i $y = 1/4$ a $-\infty$. ■ (d) $y = 4x - 1/4$ a $+\infty$ i no en té a $-\infty$.
(e) Cap de les anteriors.