

1. Sigui  $(a_p)$  una successió de números reals que verifica  $\forall k > 0, \exists p_0 \in \mathbb{N}$  i per a tot  $p \geq p_0, a_p \geq k$ . Aleshores podem afirmar que
  - (a) Tots els termes de la successió són positius.
  - (b) La successió és acotada inferiorment. ■
  - (c) La successió és convergent.
  - (d) Si  $b_p$  és una successió tal que  $\lim b_p = 0$ , aleshores  $\lim a_p b_p = 0$ .
  - (e) Cap de les anteriors.
  
2. Sabent que  $\lim \frac{\sqrt{1+1^2} + \sqrt{1+2^2} + \sqrt{1+3^2} + \dots + \sqrt{1+p^2}}{ap^2 + 5p - 2} = 1$ , calculeu el valor de  $a$ 
  - (a)  $a = 1$ .
  - (b)  $a = 1/2$ . ■
  - (c)  $a = -2$ .
  - (d)  $a = 3$ .
  - (e)  $a = 4$ .
  
3. Sigui  $f(x, y) = \left( \sqrt{\frac{x+y+|x-y|}{2}}, x \right)$  i  $g(u, v) = \frac{1}{u^2 - v}$ . Aleshores el domini de  $g \circ f$  és:
  - (a)  $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2; x < y\}$ .
  - (b)  $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2; y \geq 0, x < y\}$ . ■
  - (c)  $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2; y \geq 0, x > y\}$ .
  - (d)  $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2; x \geq 0, x < y\}$ .
  - (e) Cap de les anteriors.
  
4. El conjunt  $\{x \in \mathbb{R}, |x - |3x + 2|| > 1\}$  és:
  - (a)  $(-3/4, -1/2)$ .
  - (b)  $(-\infty, -3/4) \cup (-1/2, \infty)$ . ■
  - (c)  $(-1/2, \infty)$ .
  - (d)  $(-\infty, -3/4)$ .
  - (e)  $\mathbb{R}$ .
  
5. Sigui la funció definida per  $g(x) = E(x) \cos x$ , on  $E(x) = \max\{z \in \mathbb{Z}, z \leq x\}$  o "part entera de  $x$ ". Aleshores podem afirmar que:
  - (a)  $\lim_{x \rightarrow 0^-} g(x) = 1$  i  $\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x) = 0$ .
  - (b)  $\lim_{x \rightarrow 0} g(x) = 1$ , però  $g(0) = 0$ .
  - (c)  $\lim_{x \rightarrow 0^-} g(x) = -1$ . ■
  - (d)  $g(x)$  no està definida en  $x = 0$ .
  - (e) Cap de les anteriors.
  
6. Els extrems de la funció  $f(x) = (x - 1)\sqrt[3]{x^2}$  són només:
  - (a)  $x = 0$  màxim relatiu.
  - (b)  $x = 0$  màxim relatiu i  $x = 2/5$  mínim relatiu. ■
  - (c)  $x = 2/5$  mínim relatiu.
  - (d)  $f$  és sempre creixent.
  - (e) Cap dels anteriors.
  
7. Les asímptotes de la funció  $f(x) = x - 2 + \frac{x^2}{\sqrt{x^2 + 9}}$  són:
  - (a)  $y = 2x - 2$  a  $+\infty$ ,  $y = -2$  a  $-\infty$ . ■
  - (b)  $y = -2$  a  $+\infty$  i a  $-\infty$ .
  - (c)  $y = 2x$  a  $+\infty$ ,  $y = 0$  a  $-\infty$ .
  - (d)  $y = 2x$  a  $+\infty$ ,  $y = -2$  a  $-\infty$ .
  - (e)  $y = 0$  a  $+\infty$ ,  $y = 2x$  a  $-\infty$ .
  
8. La funció  $F(x) = (x^2 e^{2/x})^{1/2}$  verifica:
  - (a) Té una asímptota horitzontal a  $-\infty$ .
  - (b)  $\lim_{x \rightarrow 0^-} F(x) = 0$ . ■
  - (c)  $\lim_{x \rightarrow 0} F(x) = 0$ .
  - (d)  $\lim_{x \rightarrow 0^+} F(x) = 1$ .
  - (e) Té una asímptota horitzontal a  $+\infty$ .
  
9. Donats  $x, y \in \mathbb{R}^n$  arbitraris, quina de les següents afirmacions és falsa en general?
  - (a)  $\|x + y\| \leq \|x\| + \|y\|$ .
  - (b)  $|\|x\| - \|y\|| \leq \|x - y\|$ .
  - (c)  $\|x + y\|^2 = \|x\|^2 + \|y\|^2$ , si  $\langle x, y \rangle = 0$ .
  - (d)  $\|x + y\|^2 + \|x - y\|^2 = 2(\|x\|^2 + \|y\|^2)$ .
  - (e)  $\|x + y\|^2 = \|x\|^2 + \|y\|^2$ , si  $\langle x, y \rangle = 1$ . ■
  
10. Sigui  $f(x) = \begin{cases} \frac{1 - \cos(bx)}{x^2} & \text{si } x < 0 \\ 1 & \text{si } x = 0 \\ \frac{\ln(1 + ax)}{x} & \text{si } x > 0 \end{cases}$ , on  $a, b > 0$ . Per a quins valors d' $a$  i  $b$ , és  $f$  contínua?
  - (a)  $a = b = 1$ .
  - (b)  $a = b = \sqrt{2}$ .
  - (c)  $a = 1, b = \sqrt{2}$ . ■
  - (d)  $a = \sqrt{2}, b = 1$ .
  - (e) Cap de les anteriors.