Càlcul Infinitesimal I / Càlcul I (Eng. I./ Eng. Q.) Codi: 21702 / 21762 A

Temps: 1 hora 30 minuts 6 d'abril de 2006

---

1. Donada la successió (x_n) de nombres reals definida per $7x_{n+1} = x_n^3 + 6,\ \ n \geq 0,\ x_0 = 0$, el seu límit és:

(a) $\ell = -3$. (b) $\ell = 1$. ■ (c) $\ell = 2$. (d) x_n no és convergent. (e) Cap de les anteriors.

2. Donades les funcions $f(x) = \left|\dfrac{x+1}{x-1}\right|,\ \ x \in \mathbb{R},\ \ x \neq 1$ i $g(x) = \dfrac{1}{2-x},\ \ x \in \mathbb{R},\ \ x \neq 2$, digueu quin és el domini de $g \circ f$.

(a) $x \in \mathbb{R},\ \ x > 1/3$. (b) $x \in \mathbb{R},\ \ x \neq 1,\ 2,\ 1/3$. (c) $x \in \mathbb{R},\ \ x \neq 1,\ 1/3,\ 3$. ■
(d) $x \in \mathbb{R},\ \ x \neq 1,\ 2$. (e) Cap de les anteriors.

3. Considerem la funció $f(x) = \dfrac{|x|}{1 - \sqrt{\ln(|x|+1)}}$. Quina de les següents afirmacions és **certa**?

(a) f té una discontinuïtat evitable.
(b) f té dues discontinuïtats no evitables. ■
(c) La recta $\{y = 1\}$ és una asímptota horitzontal a $+\infty$.
(d) La recta $\{y = 0\}$ és una asímptota horitzontal a $\pm\infty$.
(e) Cap de les anteriors.

4. El límit de la successió $x_n = \sqrt[3]{n^3 + n^2} - \sqrt[3]{n^3 - n^2}$ és:

(a) 0. (b) 2/3. ■ (c) 1. (d) ∞. (e) Cap de les anteriors.

5. Considerem la funció $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x}, & \text{si} \quad x \neq 0 \\ 0, & \text{si} \quad x = 0 \end{cases}$. Quina de les següents afirmacions és **falsa**?

(a) f és contínua per a tot $x \in]0, 1[$.
(b) El conjunt $\{y = f(x),\ x \in [0,1]\}$ no està acotat inferiorment. ■
(c) El conjunt $\{y = f(x),\ x \in [0,1]\}$ no està acotat superiorment.
(d) f no és contínua per a tot $x \in [0, 1]$.
(e) f és contínua en $x = 1$.

6. El $\displaystyle\lim_{x \to 0} \left(\frac{2-x}{2+x}\right)^{\frac{1}{\sin x}}$ val:

(a) -1. (b) e. (c) e^{-1}. ■ (d) 0. (e) Cap de les anteriors.

7. Donada la funció $f(x,y) = \begin{cases} \left(1 + \dfrac{y}{x}\right)^{\frac{1}{y}}, & \text{si} \quad x > 0 \text{ i } y > 0 \\ e^x, & \text{si} \quad x \geq 0 \text{ i } y = 0 \\ 1, & \text{si} \quad x = 0 \text{ i } y \geq 0 \end{cases}$, podem afirmar que f és contínua en:

(a) $\{(x,y) \in \mathbb{R}^2,\ x > 0,\ y \geq 0\}$. (b) $\{(x,y) \in \mathbb{R}^2,\ x \geq 0,\ y > 0\}$.
(c) $\{(x,y) \in \mathbb{R}^2,\ x > 0,\ o\ \ y > 0\} \cup \{(1,0)\}$. ■ (d) $\{(x,y) \in \mathbb{R}^2,\ x = 0,\ o\ \ y = 0\}$.
(e) Cap de les anteriors.

8. Donada la funció $f(x) = \begin{cases} e^{-\frac{1}{x^2}}, & \text{si} \quad x \neq 0 \\ 0, & \text{si} \quad x = 0 \end{cases}$, podem afirmar que:

(a) f és contínua i derivable en 0 i $f'(0) = 0$. ■ (b) f és contínua però no derivable en 0.
(c) f és contínua, derivable, i $f'(0) = 1$. (d) f és contínua i $f'(0) = -\infty$.
(e) Cap de les anteriors.

9. Donada la funció $f(x) = \dfrac{e^{x^2} + 3x}{x^2 - 9x + 8}$, aleshores es verifica:

(a) Té almenys un zero a l'interval $[0, 2]$. (b) Té almenys un zero a l'interval $[-1, 0]$. ■
(c) No té cap zero a $\mathbb{R}$. (d) Té infinits zeros a $\mathbb{R}$.
(e) Cap de les anteriors.

10. Sigui $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ una funció contínua. Suposem que la derivada $f'(x)$ existeix per a tot punt $x \in \mathbb{R}$. És la funció $f' : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ contínua?

(a) Sí, si $|f(x) - f(y)| < |x - y|$ per a tots $x, y \in R$. (b) Sí, si f és creixent i fitada.
(c) Sí, si f' és fitada. (d) Sí, si f és estrictament creixent.
(e) Sí, si $|f'(x) - f'(y)| < |x - y|$ per a tots $x, y \in \mathbb{R}$. ■